労働力としての被養育者と内生的出生力

著者	佐々木 啓介
著者別名	Sasaki Keisuke
雑誌名	経済論集
巻	21
号	2
ページ	51-65
発行年	1996-01
URL	http://id.nii.ac.jp/1060/00005432/

東洋大学「経済論集」　21巻2号　1996年1月

労働力としての被養育者と内生的出生力*

Endogenous Fertility and Children as Labour Force

佐々木啓介

目　次

1　はじめに

本稿では，養育者と被養育者の双方によって家計内部に所得が与えられる簡単な成長モデルを扱う。主たる家計所得者以外の家計成員（ここでは若年世代，例えば子供などを考える）が労働力として利用される現象は，過去に遡れば現在先進国と呼ばれている国々にも認められたし，今なお発展途上国や一部の文化圏にしばしば観察されるところである。

D.C.North(1981)の『文明史の経済学』をひもとくと，彼の該博な知識によって，長期に渡る経済の変遷が，「制度」との関わりのなかで鳥瞰図さながらにまとめ上げられている。そして，経済成長と人口成長の関連性を強調したいが故に，そこにかなりの紙幅を費やしているのが分かる。しかしながら，労働力としての被養育者（すなわち各々の社会において完全な労働者と看做される途上にある若年世代に属する者達）の，それへの影響についてはまったくと言って良いほど触れられていない。西欧の制度史を顧みるまでもなく，多くの国々において初等教育制度いわゆる義務教育の導入は多くの場

*）本稿の執筆に際して，穐本洋哉氏（東洋大学）より頂いた貴重なコメントが契機となった。ここに記して，感謝の意を表わしたい。ただし，本論に在り得る誤謬の責任はすべて筆者に帰するものである。

合において困難を極め，頓挫あるいは挫折することがままあったし，一部の国々では今なおそうである。このとき，「若年世代としての被養育者は，次世代を担う者として期待されるとともに，現在の労働力と看做されている」という視点が重要になるのは明らかであり，まさに前述したような史実はこの証左でもある。このことはD.C.Northの前掲書の論旨においても，経済発展に関する人口成長の重要性と相まってやはり重要な要因であると，私は考える。彼の博覧強記と強い主張にもかかわらず，このような視点がそこに見当たらないのは不思議である。

また彼は，Solow(1956)などの成長モデルに難色を示しており，人口成長率などが外生的であることを批判している。確かに，Solow以降の成長モデルの多くは，幾つかの重要な指標（たとえば，技術進歩や人口成長など）を所与のものとして取り扱って来た。その後，例えば技術進歩などを内生的に扱う試みがなされ，代表的なものとして，Romer(1986, 1987)，Lucas(1988) などが採り上げられることが多い。また，人口成長率を内生的に取り扱う試みはRazin & Ben-Zion(1975)，Razin & Yuen (1995) などで行なわれているが，本稿のモデルは，Willis(1986)，Weil(1989)，Saint-Paul(1992)，Bertola(1993)などを基本的な枠組みとしているものの，養育される者ないしは若年世代の労働力を明示的に(explicitly)考慮している点にある。家計内において，次期には家計を持ち養育者になるであろう被養育者を労働力と看做すことは，経済成長にどのような影響を及ぼすであろうか。本稿の主旨は，この点について若干の分析を加えることにある。

次節ではモデルの基本的な説明を行ない，第3節では諸関数を特定化し定常状態での諸変数の導出を試みる。第4節では，被養育者の労働力が長期的な経済成長にどのような影響を及ぼすか考察されている。そして最終節では，結果の要約と今後の課題が述べられている。

2　モデルについて

各期の効用Uは消費c_tと家計数N_tから成り，各々の増加に対し限界効用は逓減するものとする($\partial U/\partial c>0$, $\partial U/\partial N>0$, $\partial^2 U/\partial c^2<0$, $\partial^2 U/\partial N^2<0$)。つまり，何れの世代も消費水準の増大はもちろんのこと，各家計の消費量が変わらない限り，それを享受する家計数が多い方を好むことになる。換言すれば，この経済主体は自分の子孫に対し利他的な(altruistic)側面を持っているということである。初期の意思決定者は(ここでは，嗜好が同質な(identical)多数の家計から形成されている経済を仮定しており，初期時点での人口規模の下で，代表的な家計をひとつ選び出している)，このような各期の家計の効用を無限期間に渡り考慮すると仮定しよう[1]。このとき，総効用は次式のようになる[2]。

1）簡単化のために，初期の意思決定者は無限期間に渡り効用を考慮すると仮定したが，例えば有限期間の生存を許された各期の経済主体(agent)が次世代の子孫を考慮すると仮定しても，ほとんど変わらぬ結果が得られる。詳細はBarro(1988)を参照のこと。

2）ここでは，家計内1人当りの消費水準ではなく，家計全体の消費水準によって効用が変わると仮定している。

(1)　$V_0=\sum_{t=0}^{\infty}U(t,c_t,N_t)$.

また，各期における家計数すなわち人口の増加は各期内の養育時間を必要とし，各期内の利用可能時間の制約から，この総養育時間m_tは総労働時間l_tの減少関数であると考える($m_t'(l_t)<0$)。要するに，出生率の上昇は，休職から発生する機会費用により期間内の総所得を減少させることで可能になる。また，本稿の主旨を失うことなく，各期内に出生した者は１期目は被養育者として，２期目は養育者として２期間の生存が保証されるものとする[3]。従って，人口の増分は以下の遷移式によって表わされる。

(2)　$N_{t+1}-N_t=f(m_t(l_t),N_t)=f(l_t,N_t)$.

次に，この意思決定者が直面している予算の制約について考えて見よう。初期の総資産をW，各期の利子率をr_tとし，若年世代に属する者(たとえば，子供)の実質賃金を$w_{C,t}$，家計を持つ者のそれを$w_{A,t}$とする。ここで言う若年世代ないし子供とは，この期間内に出生し労働力として利用される者を指している。以下，本稿では無駄な混乱を避けるために，前者を被養育者と呼び，後者を養育者と呼ぶことにする。このとき各期の養育者は，労働時間と賃金率から得られる自分の所得と被養育者の労働から得られる所得との総和を手にする。したがって，養育者の労働時間l_tの上昇は養育者による所得を増大させるが，被養育者による所得を減少させるので，その総所得の増減は双方の実質賃金によって決まる。そして，各期に獲得する総所得の一部を蓄えるならば，それと資産の合計が次期の利子率r_{t+1}により増加すると仮定する。このとき，無限期間に渡る予算制約式は以下のようになる。

(3)　$$W+\sum_{t=0}^{\infty}\left[\{w_{C,t}(N_{t+1}/N_t)+w_{A,t}l_t-c_t\}N_t\prod_{\tau=0}^{t}(1+r_{\tau+1})^{-1}\right]$$

$$=W+\sum_{t=0}^{\infty}\left[\{w_{C,t}(f(l_t,N_t)+N_t)+(w_{A,t}l_t-c_t)N_t\}\prod_{\tau=0}^{t}(1+r_{\tau+1})^{-1}\right]=0.$$

初期の意思決定者は，出生力を決定する(2)式と長期に渡る資産の制約条件(3)式を考慮し，(1)式の無限期間の効用の最大化を図る。ここで，消費と労働時間(したがって，養育時間)は操作変数(control variable)であり，家計数(以下では，この家計数の増減を人口の増減と見なすことにする。したがって，人口

3）本稿の論旨から各期に出生した人々の死亡率を無視しているが（つまり２期間を通して，その世代の人口は変化しない)，生存が多期間に渡り，各期の死亡率が一定であると仮定しても次世代への移転があれば本質的には本稿の分析とほとんど変わらない。Sasaki(1994)では，このような仮定の下で分析が試みられている。

成長率は家計数の成長率である）は状態変数(state variable)になっている。これは次のような最大化問題に帰着する。

$$\text{(4)}\quad \underset{\substack{c_0,\cdots,\infty\\ l_0,\cdots,\infty\\ N_0,\cdots,\infty}}{\mathrm{Max}}\sum_{t=0}^{\infty}U(t,c_t,N_t)\qquad s.t.\,N_{t+1}-N_t=f(l_t,N_t),$$

$$W+\sum_{t=0}^{\infty}\left[(w_{C,t}(f(l_t,N_t)+N_t)+(w_{A,t}l_t-c_t)N_t)\prod_{\tau=0}^{t}(1+r_{\tau+1})^{-1}\right]\geq 0.$$

さらに現在価値ハミルトニアン(present value Hamiltonian)を次式のように定義する。ただし，ラグランジュ乗数λ_tは共役変数(costate variable)と呼ばれ，これは新たに加わる人口の限界価値を表わしているので，t期における人口増加分の潜在価格(shadow price)と考えることができる。

$$\text{(5)}\quad H(c_t,N_t,l_t,\lambda_t)=U(t,c_t,N_t)+\lambda_t f(l_t,N_t).$$

したがって，このハミルトニアンの意味は明解であり，次のように説明できる。仮にt期の消費量が増加したとすると，人口増加率が減少（あるいは増大）するが，t期の効用は増加する。このとき，ラグランジュ乗数λ_tは効用で測った人口の単位価値であり，これと人口増分の積はこの家計における人口の効用価値になる。したがって，現在価値ハミルトニアンはt期の人口と消費，それに加わる新たな人口の効用で測った総所得になっている。これが全ての期において最適になれば，無限期間の総効用V_0も最適になっている。

ここで，各期の利子率r_tの流列を所与とすると，各期の消費，労働時間そして人口（家計数）の最適解の流列である$\{c_t^*;\ t=0,\cdots,\infty\}$，$\{l_t^*;\ t=0,\cdots,\infty\}$，$\{N_t^*;\ t=0,\cdots,\infty\}$に関して，ラグランジュ乗数である$\phi^*$ (≥0) と $\{\lambda_t^*;\ t=0,\cdots,\infty\}$ が存在して，以下の条件を必ず満たしている[4]。

$$\text{(NC-1A)}\quad \frac{\partial H}{\partial c_t}(c_t^*,N_t^*,l_t^*,\lambda_t^*)-\phi^*N_t^*\prod_{\tau=0}^{t}(1+r_{\tau+1})^{-1}$$

$$=\frac{\partial u}{\partial c_t}(t,c_t^*,N_t^*)-\phi^*N_t^*\prod_{\tau=0}^{t}(1+r_{\tau+1})^{-1}=0.$$

$$\text{(NC-1B)}\quad \frac{\partial H}{\partial l_t}(c_t^*,N_t^*,l_t^*,\lambda_t^*)+\phi^*\left[(w_{C,t}\frac{\partial f}{\partial l_t}(l_t^*,N_t^*)+w_{A,t}N_t^*)\right]\prod_{\tau=0}^{t}(1+r_{\tau+1})^{-1}$$

4）ここでは，上の最適解において，人口増加を決定する遷移式と予算制約式が動学問題の正規条件を満たしていると仮定している。また，横断条件(transversality condition)は$\lim_{t\to\infty} l_t=\bar{l}$のとき満たされている。離散モデルの横断条件についてはWeitzman(1973)を参照。

$$=\lambda_t^* \frac{\partial f}{\partial l_t}(l_t^*, N_t^*) + \phi^* \left[(w_{C,t} \frac{\partial f}{\partial l_t}(l_t^*, N_t^*) + w_{A,t} N_t^*) \right] \prod_{\tau=0}^{t} (1+r_{\tau+1})^{-1} = 0.$$

(NC-2A) $$N_{t+1}^* - N_t^* = -\frac{\partial H}{\partial \lambda_t}(c_t^*, N_t^*, l_t^*, \lambda_t^*) = f(l_t^*, N_t^*).$$

(NC-2B) $$\lambda_{t+1}^* - \lambda_t^* = -\frac{\partial H}{\partial N_t}(c_t^*, N_t^*, l_t^*, \lambda_t^*) - \phi^* \left\{ w_{C,t} \left[\frac{\partial f}{\partial n_t}(l_t^*, N_t^*) + 1 \right] + w_{A,t} l_t^* - c_t^* \right\}$$

$$\prod_{\tau=0}^{t} (1+r_{\tau+1})^{-1} = -\frac{\partial u}{\partial N_t}(t, c_t^*, N_t^*) - \lambda_t^* \frac{\partial f}{\partial N_t}(l_t^*, N_t^*) - \phi^* \left\{ w_{C,t} \left[\frac{\partial f}{\partial n_t}(l_t^*, N_t^*) + 1 \right] \right.$$

$$\left. + w_{A,t} l_t^* - c_t^* \right\} \prod_{\tau=0}^{t} (1+r_{\tau+1})^{-1}.$$

さて，ここで生産条件が確定すれば上記の経済主体である家計が直面する各実質賃金$W_{C,t}$, W_{A_t}が得られ，各変数の定常状態が定まる。次節ではこの生産条件をモデル化するが，この場合上式の結果から得られる含意はかなり不明瞭なものになる[5]。このような理由から，次節では前述の効用関数(1)式と遷移式(2)を特定化し，さらに立ち入った分析を試みる。

3　所得，人口の成長率の定常経路について

ここで，定常状態(steady state)での各操作変数と状態変数を調べるために，各関数を特定化する。簡単化のために，消費と家計数に関する効用関数はコブ・ダグラス型であるとしよう。この仮定により，総効用は，消費水準の効用とその世代における家計数（前期の子供）の効用，両者の積で表わされ，他者を考慮する利他関数(altruistic function)と消費の効用関数はσの値(ただし，$0<\sigma<1$）により変わる。要するに，この経済主体は，当該期において消費水準と子供の数のどちらをより重視するのか，σの値により決定されていることになる。β(ただし，$0<\beta<1$)は各期の効用の割引因子であり，この主体は現在を最も重視し，遠い将来の世代ほど効用の重み付けが減少する。もちろん，このβの値によって定常経路は異なったものになる。通常，割引因子の増大は将来をより重視させることになり，それによる貯蓄（すなわち投資）の増加は資本の蓄積を促すことになる。

(6) $$V_o(t, c_t, N_t) \equiv \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, N_t) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t c_t^{\sigma} N_t^{1-\sigma}.$$

このとき，養育者のペアは利用可能時間を1単位与えられており，これが期内の総労働時間l_tと総

5）ただし，世代間の効用割引を表わす条件$\partial U/\partial t<0$などの影響は明確である。

養育時間m_tに振り分けられるものとする[6]。

(7) $l_t + m_t = 1.$

前節で述べたように，出生率が上で定義された養育時間の単調増加関数であり，限界的に減少することを考慮し，遷移式(2)すなわち人口(家計数)の各期の増分は次式で表わされるとしよう。

(8) $f(l_t, N_t) \equiv \left(m_t^\rho/\theta - 1\right) N_t = \left[(1-l_t)^\rho/\theta - 1\right] N_t.$

このとき，人口増加率(N_{t+1}/N_t)は(m_t^ρ/θ)（ただし，$0<\rho<1$，$0<\theta<1$）となり，それを図示すると，以下の**図1**のようになり，人口増加（減少）に必要な期間内の総養育時間m_tは逓増（逓減）している[8]。

簡単化のために，ここで被養育者と養育者の単位時間当りの実質賃金を各々$w_{C,t} = \gamma w_t$，$w_{A,t} = w_t$とする[7]。養育者は次世代の出生に関し期内の総養育時間を必要とするために，労働時間l_tの影響を受けるが，被養育者は来期になるまで次世代の出生は無理であると想定しているので，期内での総労働時間は一定で，その実質賃金が$w_{C,t} = \gamma w_t$と仮定している。このとき，(1)式と(2)式を各々(6)式，(8)式のように定義すると，前節の各必要条件は以下のようになる。

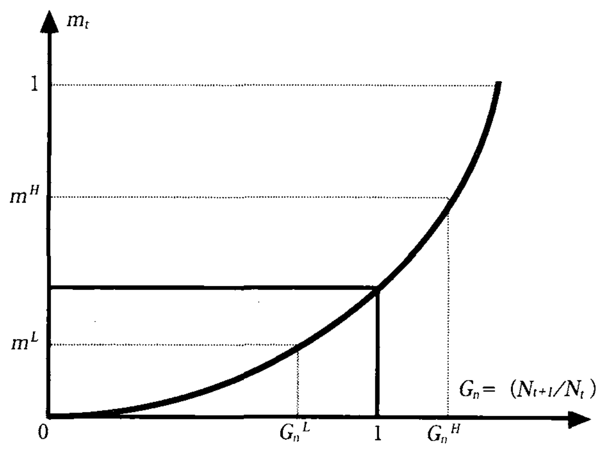

図1　総養育時間と出生率

6）ここでは，家計内の人口増分をある種の家計内生産と看做すことも可能である。この点の詳細については，時間配分と家庭内生産について分析を行なったBecker(1965)あるいはWeil(1989)を参照されたい。
7）この仮定より，$w_{C,t}/w_t = \gamma$であり，養育者に対する被養育者の実質賃金の比率γについては，生産関数の箇所で詳述する。
8）したがって，$G_n = 1$のとき養育者のペアは期首に2人の子供を持つことになる。

(NC-1a) $\beta^t \sigma c_t^{\sigma-1} N_t^{-\sigma} - \phi \prod_{\tau=0}^{t} (1+r_{\tau+1})^{-1} = 0.$

(NC-1b) $\lambda_t \rho m_t^{\rho-1}/\theta - \phi w_t \left(1-\gamma\rho m_t^{\rho-1}/\theta\right) \prod_{\tau=0}^{t} (1+r_{\tau+1})^{-1} = 0.$

(NC-2a) $N_{t+1} - N_t = \left\{ (1-l_t)^{\rho}/\theta - 1 \right\} N_t.$

(NC-2b) $\lambda_t m_t^{\rho}/\theta - \lambda_{t+1} + \beta^t (1-\sigma) c_t^{\sigma} N_t^{-\sigma} + \phi \left\{ w_t \left(\gamma m_t^{\rho}/\theta + 1 - m_t\right) - c_t \right\} \prod_{\tau=0}^{t} (1+r_{\tau+1})^{-1} = 0.$

(NC-1a) と (NC-1b) そして (NC-2b) を利用すると，t期の消費量，t期と$t-1$期の総養育時間，そして実質賃金率の関係が以下のように定まる。

(9) $$\left(1+\frac{1-\rho}{\rho} m_t\right) - \left(\frac{m_{t-1}}{\rho m_{t-1}^{\rho}/\theta} - \gamma\right) \left(\frac{1+r_{t+1}}{w_t/w_{t-1}}\right) + \left(\frac{1-2\sigma}{\sigma}\right) \frac{c_t}{w_t} = 0.$$

定常経路上では$m_t = m_{t+1} = \overline{m}$であり，このとき(8)式より人口成長率$(N_{t+1}/N_t)$も一定になるので，これを$G_n$で表わし，賃金率の成長率$w_{t+1}/w_t$を$G_{w,t}$とすると，次式が得られる。

(10) $$\left(1+\frac{1+\rho}{\rho} (\theta G_n)^{1/\rho}\right) - \left(\frac{(\theta G_n)^{1/\rho}}{\rho G_n} - \gamma\right) \left(\frac{1+r_{t+1}}{G_{w,t-1}}\right) + \left(\frac{1-2\sigma}{\sigma}\right) \frac{c_t}{w_t} = 0.$$

次に生産面から考えて見る。各生産組織の生産関数は，標準的なコブ＝ダグラス型 ($Y_t = A_t K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha}$) で，かつ同一であり，Romer(1986)に従い，この経済には外部性が存在すると仮定する。このとき 1 家計当りの資本ストックと総生産量を各々$(K_t/N_t) = k_t$，$(Y_t/N_t) = y_t$とし(断わらない限り，以下では生産量その他の小文字での表記は 1 家計当りを表わす)，養育者のt期の生産量を$y_{A,t} = ak_t(1-m_t)$，被養育者のそれを$y_{C,t} = ak_t\gamma(N_{t+1}/N_t)$ とすると[9]，総生産量は人口の構成比率と 1 家計当りの資本ストックによって以下のように決定される。

(11) $Y_t = Y_{C,t} + Y_{A,t} = a(K_t/N_t)\{\gamma N_{t+1} + (1-m_t)N_t\}.$

また，見通しを良くするためにSaint-Paul(1993) に従い，各生産組織が完全競争的に実質賃金，

9) ここでは，外部性の影響を受ける生産関数が資本ストックと労働量からなると仮定しているが，Sasaki(1994)で試みたように資本ストックの影響のみを仮定しても，本稿の論旨を必ずしも損なう分けではない。

利子率を決定すると仮定すると，生産物の配分率は一定になるので，資本減耗率δを考慮すると，以下の(12)，(13)式によって実質賃金率ならびに利子率が決定される。

(12) $$w_t = \frac{(1-\alpha)\left(Y_{C,t}+Y_{A,t}-\delta K_t\right)}{\gamma N_{t+1}+(1-m_t)N_t} = \frac{(1-\alpha)\left\{a(\gamma G_{n,t}+1-m_t)-\delta\right\}k_t}{\gamma G_{t+1}+1-m_t}.$$

(13) $$r_t = \alpha\left(Y_{C,t}+Y_{A,t}-\delta K_t\right)/K_t = \alpha\left\{a(\gamma G_{n,t}+1-m_t)-\delta\right\}.$$

上の(13)式より，定常状態における人口成長率は一定になるので，そのときの利子率は$r_t=\bar{r}$となっている。またt期の生産物は各家計によって期内に総消費C_tと総投資I_tに分けられるものとする。

(14) $$Y_t = Y_{C,t}+Y_{A,t} = C_t + I_t$$

このとき，来期の１家計当りの資本ストック$k_{t+1}(K_{t+1}/N_{t+1})$は，前述の減耗率δを利用すると，以下のようになる。

(15) $$(K_{t+1}/N_{t+1})N_{t+1} = \left\{(I_t/N_t)+(1-\delta)(K_t/N_t)\right\}N_t.$$

(11)，(12)，(14)，そして(15)の各式より次式(16)が得られる。ただし，ここでは(12)式より$G_{w,t}=G_{k,t}$が成立している。

(16) $$(1-\alpha)\left(a-\frac{\delta}{\gamma G_{n,t}+1-m_t}\right)c_t = \left\{a(\gamma G_{n,t}+1-m_t)+1-\delta-G_{k,t}G_{n,t}\right\}w_t.$$

上式と(10)式ならびに(13)式より，以下のように，定常状態における人口成長率G_nと賃金成長率G_wの関係が導出できる。

(17) $$\left(\frac{1-2\sigma}{\sigma}\right)\frac{\left\{a\left(\gamma G_n+1-(\theta G_n)^{1/\rho}\right)+1-\delta-G_{k,t}G_n\right\}}{(1-\alpha)\left\{a-\delta\left(\gamma G_n+1-(\theta G_n)^{1/\rho}\right)\right\}}+\left(1+\frac{1-\rho}{\rho}(\theta G_n)^{1/\rho}\right)$$
$$-\left(\frac{(\theta G_n)^{1/\rho}}{\rho G_n}-\gamma\right)\left\{1+\alpha\left[a\left(\gamma G_n+1-(\theta G_n)^{1/\rho}\right)-\delta\right]\right\}/G_w=0.$$

また，(NC-1a) より次の(17)式が得られ，消費の成長率$(c_{t+1}/c_t)=G_c$は一定になるので，(18)式が得られ，これより定常状態において経済成長率が一定になることが確認できる。

$$(18)\quad \lim_{t\to\infty}(c_{n+1}/c_n)^{1-\sigma}(N_{n+1}/N_n)^{\sigma}=(G_c)^{1-\sigma}(G_n)^{\sigma}=\beta\left\{1+\alpha\left[a\left(\gamma G_n+1-(\theta G_n)^{1/\rho}\right)-\delta\right]\right\}.$$

$$(19)\quad G_y=(1/G_n)^{\sigma/1-\sigma}\left\{\beta\left[1+\alpha\left(a\left(\gamma G_n+1-(\theta G_n)^{1/\rho}\right)-\delta\right)\right]\right\}^{1/1-\sigma}.$$

他方，各期の貯蓄率は$s_t=(I_t-\delta K_t)/(Y_{C,t}+Y_{A,t}-\delta K_t)$なので，$G_{n,t}=G_n$と$G_{k,t}=G_y=G_c$より，(18)式から定常状態での貯蓄率$\bar{s}$は(20)式のように与えられている。

$$(20)\quad \bar{s}=\frac{\left\{G_n^{1-2\sigma}\beta\left[1+\alpha\left(a\left(\gamma G_n+1-(\theta G_n)^{1/\rho}\right)-\delta\right)\right]\right\}^{1/1-\sigma}-1}{a\left(\gamma G_n+1-(\theta G_n)^{1/\rho}\right)-\delta}.$$

さて，ここで(12)式より$G_w=G_k$，(11)式より$G_k=G_y$なので(17)式のG_wをG_yに置き換えると，それは$f(G_y, G_n)=0$となり，これは生産物の成長率と人口成長率の関係を示している。また，(19)式より$G_y=g(G_n)$ なので，これら2式より定常状態での2つの成長率$(G_n{}^*, G_y{}^*)$が求められる。

これは，生産関数の線形性と配分率一定の仮定の下で行なわれる分析結果(たとえば，Razin(1994)など)と，幾分異なったものになっている。なぜならば本稿のモデルでは，若年世代は次期に養育者に変わるものの今期は家計内の被養育者として幾分かの労働力を提供すると仮定しているので，これにより同一期内で養育者のみならず被養育者の所得も家計内部に発生するからである。(12)，(13)式から直ちにわかるように，この労働力としての被養育者の存在は，生産物の配分率が固定されていても人口増加 (あるいは減少) を通じて実質賃金率や利子率に影響を与える。したがって，各パラメータの変化に対し(17)式と(19)式より得られる結果はより複雑なものになっている。このときの定常状態における2つの成長率とは非常に繁雑な解になるが，いくつかのパラメータを固定することにより凡その結果が得られる。次節では，各パラメータの変化が各成長率に与える影響について調べてみる。

4　労働力としての被養育者

ここではパラメータの一部を固定することにより，いくつかのケースを調べて見る。まず最初に，消費水準と家計数が効用に同様の効果をもつ，$\sigma=1/2$であると仮定する。このケースにおいては，

効用がc_tN_tによって決定されている。また$N_tU(c_t)$を仮定すると(たとえば，$N_tc_t^\sigma$，$0<\sigma<1$)，(5)式の総効用関数は，いわゆる「最大多数の最大幸福」を唱えたJ.ベンサムの社会厚生関数になっている[10]。このとき，(16)式と(18)式を利用すると，定常状態での人口成長率は，次の式(21)によって決定される。

$$(21)\quad \beta^2\left(1+\theta^2G_n^2\right)\left\{1+\alpha\left[a\left(1+\gamma G_n-\theta^2G_n^2\right)-\delta\right]\right\}-G_n\left(2\theta^2G_n^2-\gamma\right)=0.$$

上式によって決定されるG_nは，配分率αあるいは被養育者の労働効率を表わすγによって，以下のような影響を受ける。

(性質1-i)

$$(22)\quad \frac{dG_n}{d\gamma}=-\frac{\partial f}{\partial\gamma}\bigg/\frac{\partial f}{\partial G_n}=\frac{G_n\left\{1+a\alpha\beta^2\left(1+\theta^2G_n^2\right)\right\}}{6\theta^2G_n^2-\gamma-\beta^2\left\{a\alpha\gamma+\theta^2G_n\left[2-\left(\alpha\left(2\delta+3a\gamma G_n-4a\theta^2G_n^2\right)\right]\right\}\right.}.$$

(性質1-ii)

$$(23)\quad \frac{dG_n}{d\alpha}=-\frac{\partial f}{\partial\alpha}\bigg/\frac{\partial f}{\partial G_n}=\frac{\beta^2\left(1+\theta^2G_n^2\right)\left\{a\left(1+\gamma G_n-\theta^2G_n^2\right)-\delta\right\}}{6\theta^2G_n^2-\gamma-\beta^2\left\{a\alpha\gamma+\theta^2G_n\left[2-\left(\alpha\left(2\delta+3a\gamma G_n-4a\theta^2G_n^2\right)\right]\right\}\right.}.$$

各パラメータは，γ，α，θ，β，$\delta\in(0,1)$なので，多くの場合，$dG_n/d\gamma$，$dG_n/\alpha>0$となる。以下の**図2-1**と**図2-2**は，養育の効率性を表わすθの変化に対してG_n，γ，αの関係がどのように変わるのか示したものである。この図には，所与のγ，αに対し，θの減少により定常状態でのG_nが上昇する様子が描かれている。θの減少は養育(つまり人口増加)のために発生する機会費用を減少させるので，各期の効用関数が同じ限り人口成長率を上昇させることになる。また，このときの家計の所得成長率G_yとG_nの関係は，(18)式より次の**図3-1**と**図3-2**のようになっている。

ここでは，パラメータの値に関わらず，$dG_y/dG_n<0$が満たされている[11]。この**図3-1**と**図3-2**あるいは(22)，(23)式により，αの増加は人口成長率G_nと経済成長率G_yをともに上昇させることがわかる。これは，αの増加により各期の利子率の上昇が発生し，それが資本蓄積を促進するからであり，また同時に投資を増大させるので，これが各期の1家計当りの資産を上昇させ，出生力を引き上げている。

しかしながら，これらは，家計内についての各々の成長率を示したものである。仮に，G_yが高水

10) 詳しくは，Razin & Yuen(1995)の分析を参照のこと。
11) これより，このモデルにおける人口成長率と経済成長率の関係がトレード・オフにあることがわかる。

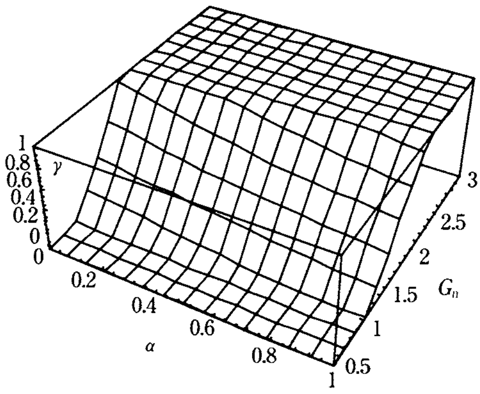

図 2 − 1　θ=0.5のケース

(ただし，σ=0.5，ρ=0.5，β=0.5，
α=1.5，δ=0.1)

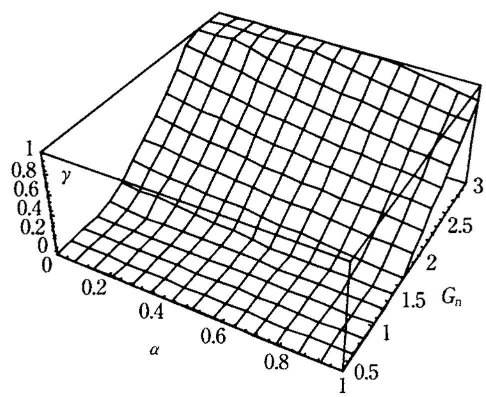

図 2 − 2　θ=0.3のケース

(ただし，σ=0.5，ρ=0.5，β=0.5，
α=1.5，δ=0.1)

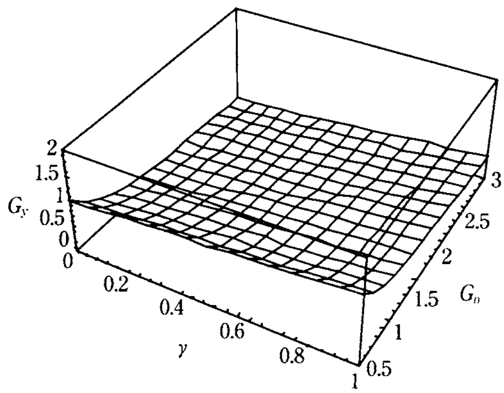

図 3 − 1　α=0.3のケース

(ただし，σ=0.5，ρ=0.5，β=0.5，
α=1.5，δ=0.1，θ=0.3)

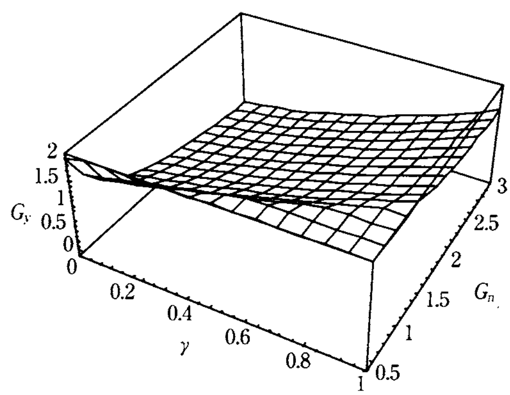

図 3 − 2　α=0.7のケース

(ただし，σ=0.5，ρ=0.5，β=0.5，
α=1.5，δ=0.1，θ=0.3)

準にあったとしても，G_nがそれ以上高い状態にあるならば，１人当りの生活水準の成長率(G_y/G_n，あるいはG_c/G_n)は早晩低下することになる。本稿において，経済主体は家計の効用を最適にすると仮定したので，当然のことながら得られる結果は１人当り生活水準の最適化を満たしていない。これについて，直観的な理解を得るために，配分率$\alpha^{H}=0.7$と$\alpha^{L}=0.3$である極端な２つのケースについて，簡単にまとめたものが以下の**図４**である。

ここで，α^{L}の場合は，実質賃金率の上昇により，α^{H}よりもG_nを増加させる傾向があることがわかる。そして，モデルの性質から，α^{L}とα^{H}の何れの場合でも，被養育者の労働効率γの増加はG_nとG_yをともに上昇させる。ここでは，配分率の高低により，被養育者の労働効率γの効果が異なること

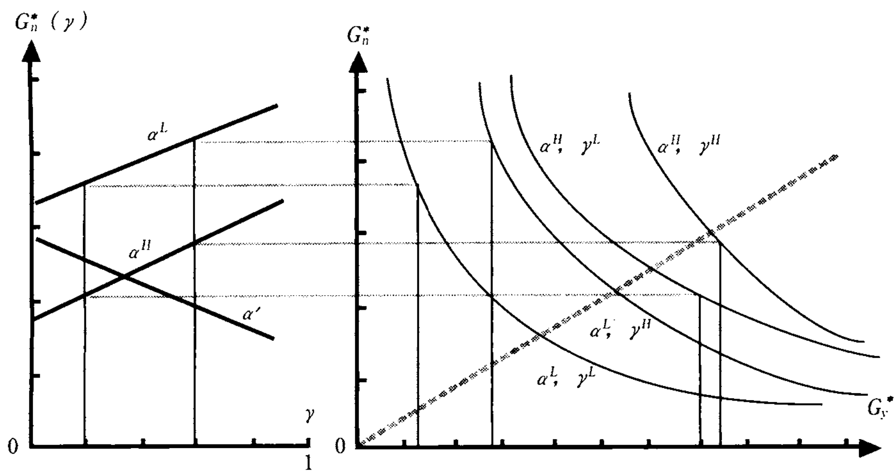

図 4　経済成長率と被養育者の労働効率

に注意されたい。配分率が高いα^Hの場合はγの値が小さくなることで，G_y/G_nの値が上昇する。しかしながら配分率が低いα^Lの場合は，むしろ逆にγの値を小さくすることでG_y/G_nを減少させてしまう。これは，(11)，(12)式を利用することにより定常状態での実質賃金率と利子率が得られ，これらより説明できる。αの増減は実質賃金率と利子率に直接影響を与え，これが高くなると，当然のことながら実質賃金率が下落して利子率は上昇する。そしてγの上昇も，やはり同様に利子率を引き上げ，次世代への移転を促すことになる。

図 4 のような状態は，以下の 3 つのケースの ii）に相当している。

(性質2- i ～iii.)

i ）α^H ; $\frac{d}{d\gamma}(G_y^*/G_n^*)>0$, α^L ; $\frac{d}{d\gamma}(G_y^*/G_n^*)>0.$

ii）α^H ; $\frac{d}{d\gamma}(G_y^*/G_n^*)<0$, α^L ; $\frac{d}{d\gamma}(G_y^*/G_n^*)>0.$

iii）α^H ; $\frac{d}{d\gamma}(G_y^*/G_n^*)<0$, α^L ; $\frac{d}{d\gamma}(G_y^*/G_n^*)<0.$

また，図 4 におけるα^Lとα^Hのケースでは，ともに$dG_y/d\gamma>0$, $dG_n/d\gamma>0$であるが，これは$\sigma=1/2$の仮定に強く依存しており，$\sigma>1/2$においては図 4 のα'のように$G_n(\gamma)$が右下がりの$dG_n/d\gamma<0$になる以下のようなケースが存在する。

(性質3- i ～ii)

i） α^L；$dG_y/d\gamma>0$，$dG_n/d\gamma>0$.

ii） α^H；$dG_y/d\gamma<0$，$dG_n/d\gamma>0$.

本稿では，教育投資などによる人的資本をまったく考慮しなかったにもかかわらず，あるケースにおいては，γを最小限にした方が高い経済成長率のみならず1人当りの生活水準さえ高めるという結果が得られる。ここで$\gamma=0$とすると，被養育者の労働を禁止した状態になり，ある状態の下では各人の効用をより一層高めることになる。しかし，他のケースでは，むしろγ^Hの方が経済成長率ないしは1人当りの生活水準を高めることになる。もちろん，このγには制約はあるが，この家計においてはその上限まで利用する誘因が存在するであろう。

5　おわりに

本稿で得られた結果を簡単に要約したい。労働力としての被養育者の存在は，幾つかの条件の下で経済成長にまったく異なる効果を与える。特に，生産物の配分率，被養育者の労働効率性，あるいは養育により発生する機会費用の高低などにより，その影響は異なったものになる。また，一人当りの生活水準という観点からすれば，被養育者の労働がそれを低めるケースと，逆に高めるケースが存在する。したがって，この結果の経済的含意は次のようになる。例えば，被養育者の労働を規制する何らかの政策ないし法的措置は，幾つかの局面によって異なった効果を生み出すことになり，ある社会にとっては望ましい効果が得られるが，場合によっては逆効果になり得る，ということである。このような状況に直面している経済主体が非合理的であれば，何らかの政策を持ってより良い状態に移行させることはむしろ易き事かもしれない。しかしながら低い所得水準に甘んじながらも，その出生力は経済合理的であるかも知れず，それゆえ難しい課題となっている可能性がある。要するに，彼等の経済行動すなわち出生率や次世代への資産移転率などが現在直面している環境下での最適化の結果であるからこそ，この問題は困難を極めるとも言える。

ある番組のなかで，まさに当事者であるその国の経済学者が，この手の質問に対して凡そ次のように返答したと記憶している。「我々の国の経済において，今すぐに子供の労働を禁止したならば間違いなく大きな混乱を引き起こすことになるでしょう。我々の経済は，決して少なくない彼等の労働力に頼っているからです。……，もちろん，長期的には，そのような方法が望ましいし，そのようにすべきだと考えています。しかし，それゆえ非常に難しい問題なのです」。そして，このように答える彼の横を，教室にいるはずの子供達を荷台に乗せたトラックが，朝早くに出発して行った。

本稿では，幾つかの定常状態について若干の考察を加えたのみで，それらの移行(transition)について立ち入った分析を試みていない。例えば，Becker & Lewis(1973)は子供の数のみならず質をも考慮した静学分析を試みており，教育投資すなわち人的資本の蓄積が経済成長に与える効果について考察した論文も多数ある。本稿の主旨から以上の側面は捨象したが，当然のことながらこれらも合わせて考察する必要がある。とりわけ，Leibenstein(1954)やNelson(1956)にはじまる所得成長と人口成長の移行に関する議論は，教育投資などから生じる人的資源の問題とも不可分であり，経済史を顧みてもいくつかの要因が重複的に作用しているのがわかる。このような人的資本の側面も明示的に考慮した分析を，次稿の課題としたい。

参 考 文 献

Barro, Robert J., "Are Government Bonds Net Wealth?" *Journal of Political Economy* 82 (1974), 1095-1117.

Becker, Gary S., "A Theory of the Allocation of Time", *Economic Journal* 75 (1965), 493-517.

——— and Barro, Robert J., "A Reformulation of the Economic Theory of Fertility", *Quarterly Journal of Economics* 103 (1974), 1095-1117.

——— and Lewis, H.G., "On the Interaction between the Quantity and Quality of Children", *Journal of Political Economy* 81 (1973), S279-288.

Bertola, Guiseppe, "Factor Shares and Savings in Endogenous Growth", *American Economic Review* 83 (1993), 1184-1198.

Leibenstein, H., *A Theory of Economic Demographic Development* (1954), Princeton University, Press, Princeton, New Jersey.

Lucas, Robert E., "On the Mechanics of Industrial Development", *Journal of Monetary Economics* 22 (1988), 3-42.

Neher, P.A., "Peasants, Procreation, and Pensions", *American Economic Review* 61 (1971), 380-389.

Nelson, R. R., "A Theory of the Low-Level Equilibrium Trap in Underdeveloped Economies", *American Economic Review* 46 (1956), 894-908.

North, Douglass C., *Structure and Change in Economic History* (1981), W.W. Norton (『文明史の経済学』，中島正人訳，春秋社，1989年).

Razin, Assaf and Ben-Zion, Uri, "An International Model of Population Growth", *American*

Economic Review 69 (1975), 923-933.

——— and Yuen, Chi-Wa, "Utilitarian Tradeoff Between Population Growth and Income Growth", *Journal of Population Economics* 8 (1995).

Romer, Paul M., "Increasing Returns and Long-Run Growth", *Journal of Political Economy* 94 (1986), 1002-1037.

——— "Growth Based on Increasing Returns Due to Specialization", *American Economic Review* 77 (1987), 56-62.

Saint-Paul, Gilles, "Fiscal Policy in an Endogenous Growth Model", *Quarterly Journal of Economics* 107 (1992), 1243-1259.

Sasaki, Keisuke, "Endogenous Fertility and Mortality", *mimeo*. (1994), University of Tsukuba.

Solow, Robert M., "A Contribution to the Theory of Economic Growth", *Quarterly Journal of Economics* 70 (1956), 65-94.

Votey, H. L., "The Optimum Population and Growth : A New Look", *Journal of Economic Theory* 1 (1969), 274-277.

Weil, Philippe, "Overlapping Families of Infinitely-Lived Agents", *Journal of Public Economics* 38 (1989), 183-198.

Weitzman, M., "Duality Theory for Infinite Horizon Convex Models", *Management Science* 19 (1973), 183-198.